Adı Soyadı :
Öğrenci No :
Grup :

T.C.
Erciyes Üniversitesi
Mühendislik Fakültesi
Makine Mühendisliği Bölümü
Sayısal Yöntemler Dersi Ödev Soruları

1	2	3	T

16-05-2026

Soru 1: Kesiti doğrusal olmayan bir biçimde değişen bir soğutma kanatçığı (fin) boyunca sıcaklık dağılımı $f(x)$ (°C), kanatçık kökünden olan uzaklığa (x, cm) bağlı olarak aşağıdaki matematiksel model ile verilmektedir:

$$f(x) = (10 + a)x^3 \ln(x) - (2 + 0.1 \cdot b)x^2 + c \cdot e^{-0.5x}$$

Burada a, b ve c, sırasıyla öğrenci numaranızın **son üç hanesidir**. (Örn: Numaranızın sonu 457 ise $a = 4, b = 5, c = 7$ alınacaktır).
$x = 2$ cm noktasında ve adımlama boyutu $h = 0.1$ için aşağıdaki işlemleri yapınız.

1-a) Verilen $f(x)$ fonksiyonunun birinci türevini ($f'(x)$) ve ikinci türevini ($f''(x)$) analitik olarak elde ediniz. Bu analitik ifadeyi kullanarak $x = 2$ noktasındaki **ikinci türev** değerini ($f''(2)$) virgülden sonra en az 4 basamak olacak şekilde hesaplayınız.

1-b) Sayısal türev yaklaşımlarını kullanarak $x = 2$ noktasındaki **ikinci mertebeden türev** ($f''(2)$) değerini İleri, Geri ve Merkezi Fark yöntemleriyle yaklaşık olarak hesaplayınız. Hesaplamalarınızda ara adımları ve kullandığınız fonksiyon değerlerini net bir şekilde yazınız.

1-c) Üç farklı sayısal yöntemle (ileri, geri, merkezi) bulduğunuz yaklaşık ikinci türev sonuçları için ayrı ayrı **bağıl gerçek hata** (ε_t) değerlerini yüzde (%) olarak hesaplayınız. Hata sonuçlarını birbiriyle kıyaslayarak hangi yöntemin en doğru sonucu verdiğini belirtiniz ve bunun teorik nedenini (Taylor serisi doğruluk/kesme hatası mertebelerini dikkate alarak) açıklayınız.

Soru 2: Bir portal vinç sisteminde kullanılan ve bir ucu ankastre, diğer ucu mafsallı olan ince bir kolonun eksenel yük altındaki elastik burkulma davranışı incelenmektedir. Sistemin kararlılığını yitirdiği kritik burkulma modunu belirleyen boyutsuz t parametresi, sistemin dinamik sınır şartları altında aşağıdaki doğrusal olmayan transandantal denklem ile modellenmektedir:

$$f(t) = (2 + 0.1 \cdot a) \cdot t - \sin((1 + 0.05 \cdot b) \cdot t) - \frac{c+1}{10}$$

Burada a, b ve c, sırasıyla öğrenci numaranızın **son üç hanesidir**.
Sistemdeki kritik burkulma sınırını veren $f(t) = 0$ denkleminin kökünü bulmak için aşağıdaki işlemleri yapınız.

2-a) Fonksiyonun $[0.1, 2.0]$ aralığında eksenleri kestiği noktayı ve kökün bu aralıkta var olduğunu grafik üzerinde çizerek gösteriniz.

2-b) Aynı başlangıç sınırlarını kullanarak denklemin kökünü **İkiye Bölme (Bisection)** yöntemi ile 5 iterasyoniçin bulunuz ve aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

İterasyon	t_l	t_u	t_r	$\varepsilon_a(\%)$
1	0.1	2.0		—
2				
3				
4				
5				
6				
7				

2-c) $t_0 = 1.0$ başlangıç tahmin değerini kullanarak denklemin kökünü **Newton-Raphson** yöntemi ile 5 iterasyon için bulunuz ve tabloyu doldurunuz. (Hesaplamalarda virgülden sonra en az 4 basamak hassasiyet kullanınız).

İterasyon	t_i	t_{i+1}	$\varepsilon_a(\%)$
1	1.0		—
2			
3			
4			
5			
6			
7			

2-d) İkiye Bölme ve Newton-Raphson yöntemlerinin 5. iterasyon sonundaki yakınsama performanslarını ve hata düşüş hızlarını kıyaslayarak mühendislik perspektifinden yorumlayınız.

Soru 3: Bir imalat sürecinde uygulanan ısıl işlem süresine (x) bağlı olarak malzemenin yüzey sertliği (y) ölçülmüştür. Ölçüm sonuçları üzerinde en küçük kareler regresyonu yöntemi kullanılarak 2. dereceden bir polinom uyumlanacaktır.
Deneysel veri seti, öğrenci numaranızın **son iki hanesi olan** a **ve** b değerlerine göre şu şekildedir:

x	0.5	1	1.5	2	3	4
y	$1.5 + 0.1 \cdot a$	$2.1 + 0.1 \cdot b$	$3.6 + 0.1 \cdot a$	$5.8 + 0.1 \cdot b$	$15.0 + 0.2 \cdot a$	$27.0 + 0.2 \cdot b$

3-a) Kendi verilerinize göre oluşturduğunuz veri setini dikkate alarak aşağıdaki analiz tablosunda yer alan tüm boşlukları ve en alt satırdaki toplam ($\sum$) değerlerini doldurunuz.

x_i	y_i	x^2	x^3	x^4	xy	x^2y
0.5						
1						
1.5						
2						
3						
4						
Toplam=						

3-b) Tablodan elde ettiğiniz toplam değerlerini kullanarak en küçük kareler yöntemi doğrusal denklem takımını matris formunda ($A \cdot a = B$) yazınız ve aşağıdaki matris boşluklarını doldurunuz.

$$\begin{bmatrix} \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cdots \\ \cdots \\ \cdots \end{Bmatrix}$$

3-c) Yukarıdaki matris denkliğini çözerek bulduğunuz katsayıları yazınız ve nihai ampirik polinom denklemini oluşturunuz.

$$y(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \implies$$

$a_0 =$ $a_1 =$ $a_2 =$

3-d) Korelasyon (Uyum) Kalitesi (R^2): Bulduğunuz polinom modelinin deneysel verilere ne kadar iyi oturduğunu test etmek amacıyla; verilerin ortalamaya göre toplam kare sapmasını (S_t), modelin toplam hata karelerini (S_r) ve belirleme katsayısını (R^2) hesaplayarak tabloyu doldurunuz.

Veri (i)	**Ortalamadan Sapma Karesi:** $(y_i - \bar{y})^2$	**Modelin Hata Karesi:** $(y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2)^2$
1		
2		
3		
4		
5		
6		
$\sum$	$S_t =$	$S_r =$

Belirleme Katsayısı: $R^2 = \dfrac{S_t - S_r}{S_t} \implies \mathbf{R^2} =$